**Региональный этап олимпиады по математике,
5 класс,
2017-18 учебный год**

**Время выполнения 120 минут.**

**Ответы без обоснования не оцениваются!**

**Решения**

1. Три охотника сварили кашу. Первый дал две кружки крупы, второй - одну, третий - ни одной, но он расплатился пятью патронами. Как должны поделить патроны первые два охотника?

*Решение: На каждого охотника получается по одной кружке крупы. Получается, что первый охотник одну из своих кружек крупы отдает третьему. Взамен именно он должен получить все пять патронов. (7 баллов).*

2. Голова рыбы весит столько, сколько хвост и половина туловища, туловище — столько, сколько голова и хвост вместе. Хвост её весит 1 кг. Сколько весит рыба?

*Решение: Пусть голова рыбы весит x килограммов. Тогда половина туловища весит x – 1 килограммов, а всё туловище весит 2x – 2 килограммов. Следовательно, 2x – 2 = x + 1, откуда x = 3.*

*Следовательно, голова весит 3 килограмма, туловище — 4 килограмма, хвост — 1 килограмм.*

*Ответ: Рыба весит 8 килограммов. (7 баллов)*

3. Катя, Лена, Маша, Нина участвовали в концерте. Каждую песню пели 3 девочки. Катя спела 8 песен — больше всех; Нина меньше всех — 5 песен. Сколько песен было спето?

*Решение: Сумма количеств песен, спетых девочками, равна утроенному числу всех спетых песен. Поскольку ни число 5 + 6 + 6 + 8, ни число 5 + 6 + 6 + 8 не кратно трём, то Лена и Маша спели по 7 песен, а всего было спето*

*(5 + 7 + 7 + 8) : 3 = 9.*

*Ответ: 9 песен. (7 баллов)*

4. Листок календаря частично закрыт предыдущим оторванным листком (см.рисунок). Вершины А и В верхнего листка лежат на сторонах нижнего листка. Четвертая вершина нижнего листка не видна – она закрыта верхним листком. Верхний и нижний листки, естественно, равны между собой. Какая часть нижнего листка больше – закрытая или открытая?

*Решение: площадь закрытых участков 1’, 2’ и 3’ равна площади закрытых участков 1, 2 и 3 (см.рисунок). Значит, закрытая часть листка больше открытой на площадь закрытого участка 4. (7 баллов)*



|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Региональный этап олимпиады по математике,
6 класс,
2017-18 учебный год**

**Время выполнения 120 минут.**

**Ответы без обоснования не оцениваются!**

**Решения**

1. В конференции участвовало 100 человек — химики и алхимики. Каждому был задан вопрос: «Если не считать Вас, то кого больше среди остальных участников — химиков или алхимиков?» Когда опросили 51 участника, и все ответили, что алхимиков больше, опрос прервался. Алхимики всегда лгут, а химики всегда говорят правду. Сколько химиков среди участников?

*Решение: Если больше химиков, то любой химик так и скажет, если его спросят; но среди 51 опрошенных обязательно есть химик; противоречие. Если же больше алхимиков, то любой алхимик соврёт (если его спросят, разумеется!), то есть скажет, что больше химиков; но среди 51 опрошенных хотя бы один — алхимик. Значит, химиков и алхимиков поровну. (7 баллов)*

2. Офеня (продавец в разнос, коробейник) купил на оптовом рынке партию ручек и предлагает покупателям либо одну ручку за 5 рублей, либо три ручки за 10 рублей. От каждого покупателя офеня получает одинаковую прибыль. Какова оптовая цена ручки?

*Решение: Пусть x рублей - оптовая цена ручки. Тогда по условию задачи составим уравнение 5 – x = 10 – 3x. Цена ручки 2 рубля 50 копеек.(7 баллов)*

3. Цену картофеля повысили на 20%. Через некоторое время цену снизили на 20%. Когда картофель стоил дешевле: до повышения или после снижения?

*Решение: Если цену картофеля до повышения принять за 100 частей, то после повышения она составила 120 частей, а после снижения на 20% цена уменьшилась на 120 · 20 : 100 = 24 части и стала равна 120 – 24 = 96 частям, то есть составила 96% исходной цены. Значит, после снижения картофель стоит дешевле. (7 баллов)*

4. Разрежьте квадрат на 5 треугольников так, чтобы площадь одного из них равнялась сумме площадей оставшихся.

*Решение: В первую очередь необходимо разрезать квадрат по диагонали. Один треугольник отложить, а оставшийся разрезать на 4 треугольника любым способом. Например, так. (7 баллов)*

**Региональный этап олимпиады по математике,
7 класс,
2017-18 учебный год**

**Время выполнения 120 минут.**

**Ответы без обоснования не оцениваются!**

**Решения**

1. Ночь. Мальчик, папа, мама и бабушка находятся на одном берегу реки и хотят перейти по мосту на другой берег. Они имеют при себе один фонарик. По мосту могут идти максимум двое (обязательно с фонариком). Папа способен преодолеть мост за 1 минуту, мальчик за 2, мама - за 5, бабушка - за 10 минут. За какое наименьшее время все они смогут переправиться на другой берег?

*Решение: Простейший и естественный способ, при котором папа поочередно переводит всех, каждый раз возвращаясь назад с фонариком, не является оптимальным! При таком способе затраченное на переправу время составляет 19 минут. Ключевым же соображением является то, что надо отправить двоих самых медленных вместе. Тогда способ переправы выглядит следующим образом.*

*1) Идут мальчик и папа, папа возвращается с фонариком (3 минуты).*

*2) Идут мама и бабушка, мальчик возвращается с фонариком (12 минут).*

*3) Папа и мальчик переходят на другой берег (2 минуты)*

*Итого затраченное время составляет 17 минут. (7 баллов).*

2. Представьте число 45 в виде суммы четырёх чисел так, что после прибавления 2 к первому числу, вычитания 2 из второго числа, умножения третьего числа на 2 и деления четвёртого числа на 2 эти числа становятся равными.

*Решение: Обозначьте буквой x число, которое получится после прибавления 2 к первому числу. Тогда можно составить уравнение (x – 2) + (x + 2) + x/2 + 2x = 45. 8 + 12 + 5 + 20=45 (7 баллов)*

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

3. Из горячего крана ванна заполняется за 23 минуты, из холодного — за 17 минут. Пьер открыл сначала горячий кран. Через сколько минут он должен открыть холодный, чтобы к моменту наполнения ванны горячей воды налилось в 1,5 раза больше, чем холодной?

*Решение: Если горячей воды в ванне в полтора раза больше, чем холодной, то на каждый две части холодной воды приходится три части горячей, то есть ванна на 3/5 заполнена горячей водой и на 2/5 — холодной. За одну минуту вода из горячего крана заполняет 1/23 ванны. Это означает, что кран с горячей водой должен быть открыт в течение 3/5 : 1/23 = 69/5 минуты. Аналогично, кран с холодной водой должен работать 2/5 : 1/17 = 34/5 минуты. Таким образом, холодный кран нужно открыть на 69/5 – 34/5 = 7 минут позднее. (7 баллов)*

4. Как из такого набора уголков сложить прямоугольник? Использовать нужно все уголки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

*Решение: Суммарная площадь уголков равна 3+4+...+8=33. Значит, размер полученного прямоугольника может быть лишь 3х11. Способ сложить этот прямоугольник показан на рисунке. (7 баллов)*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Региональный этап олимпиады по математике,
8 класс,
2017-18 учебный год**

**Время выполнения 120 минут.**

**Ответы без обоснования не оцениваются!**

**Решения**

1. Ведущий игры "Чудесное поле" предлагает игроку указать на одну из трех шкатулок, в которой, по его мнению, находятся деньги. После чего хитрый ведущий, не открывая указанную, открывает одну из оставшихся шкатулок (пустую, так как ведущий знает в какой из трех шкатулок деньги) и предлагает игроку изменить свой выбор. Стоит ли игроку это делать?

*Решение: Игроку стоит изменить свое мнение! Придерживаясь такой стратегии (менять первоначальный выбор), игрок получит выигрыш, если деньги лежат в любой из двух шкатулок, не выбранных им вначале. В среднем (т.е. при многократном повторении этой игры) игрок получит выигрыш в двух случаях из трех. Тогда как если игрок придерживается первоначального выбора, он выиграет в среднем всего лишь в одном случае из трех.(7 баллов)*

2. Управдом Остап Бендер собирал с жильцов деньги на установку новых квартирных номеров. Адам Козлевич из 105-й квартиры поинтересовался, почему у них во втором подъезде надо собрать денег на 40% больше, чем в первом, хотя квартир там и тут поровну. Не растерявшись, Остап объяснил, что двузначные номера стоят вдвое, а трёхзначные — втрое больше, чем однозначные. Сколько квартир в подъезде?

*Решение: Пусть в одном подъезде n квартир. Поскольку во втором подъезде находится квартира №105, то 52 < n ≤ 104. Рассмотрим два случая:*

*1) Если n ≤ 99, то в первом подъезде находятся все квартиры с однозначными номерами (их 9), а все остальные квартиры имеют двузначные номера (их n – 9). Тогда во втором подъезде окажутся все остальные квартиры с двузначными номерами (их 90 – (n – 9) = 99 – n), а остальные квартиры второго подъезда будут иметь трёхзначные номера (и таких квартир n – (99 – n) = 2n – 99). Составляем уравнение*

*1,4 · (9 + 2(n – 9)) = 2(99 – n) + 3(2n – 99).*

*Решая его, получаем n = 72.*

*2) Если n ≥ 100, то в первом подъезде находятся все квартиры с однозначными номерами (их 9), все квартиры с двузначными номерами (их 90), а остальные квартиры (которых n – 99) имеют трёхзначные номера. Во втором подъезде в этом случае все номера трёхзначные. Получаем уравнение 1,4 · (9 + 90 · 2 + (n – 99) · 3) = 3n.*

*Решая это уравнение, получаем n = 126, что невозможно, ибо тогда 105-я квартира не была бы во втором подъезде. (7 баллов)*

3. Сумасшедший конструктор создал часы со 150 стрелками. Первая стрелка крутится со скоростью один оборот в час, вторая делает 2 оборота в час, ..., 150-я стрелка делает 150 оборотов в час. Часы запустили из положения, когда все стрелки смотрели строго вверх. Когда в процессе работы часов встречаются две или более стрелки, эти стрелки немедленно отваливаются. Через какое время после запуска отвалится стрелка, вращающаяся со скоростью 74 оборота в час?

*Решение: Очевидно, что сначала самая быстрая стрелка (150-я) догонит самую медленную (первую), потом вторая по скорости - вторую по "медленности" (т.е. 149-я - вторую) и т.д. Таким образом, 74-я стрелка отвалится, когда столкнется с 77-й. Начальное расстояние между стрелками - 1 оборот, скорость сближения равна 77-74=3 оборота в час, значит, стрелки встретятся через 1/3 часа. Ответ: через 20 минут. (7 баллов).*

4. В городе Запрещаевске в метро строго запрещено провозить предметы, длина, ширина или высота которых превосходит 1 метр. Тем не менее первокласснику Васе удалось провезти лыжи длиной 1,5 м. Как?

*Решение: Вася взял пустую коробку размером 1х1х1 м и положил туда лыжи. Поскольку диагональ коробки равна* $\sqrt{3}>1,5$ *м, лыжи можно поместить в коробке. С другой стороны, правила не будут нарушены. (7 баллов)*